technische universität
dortmund

# Vorbereitungskurs Mathematik zum Sommersemester 2015 – Satz von Taylor

Susanna Pohl

Vorkurs Mathematik
TU Dortmund

23.03.2015

# Satz von Taylor

- Taylorsche Formel
- Taylor Reihe
- Beispiel

# Taylorsche Formel

## Taylorsche Formel

Sei $f : A \to \mathbb{R}$ eine in $A$ $n+1$-mal stetig differenzierbare Funktion und $a \in A$. Dann gilt für alle $x \in A$:

$$f(x) = f(a) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + R_n(x)$$

wobei es zu jedem $x \in A \setminus \{a\}$ (mindestens) ein $y \in (\min(x,a), \max(x,a))$ gibt, sodass $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(y)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$.

# Taylor-Reihe

## Taylor-Reihe – Definition

Sei $f : A \to \mathbb{R}$ eine beliebig oft differenzierbare Funktion in $a \in A$.
Dann heißt:

$$T[f,a] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

die **Taylor-Reihe** von f im (Entwicklungs-)Punkt $a$.

# Taylor-Reihe

## Taylor-Polynom – Definition

Wenn die Summation nach $n$ Schritten abgebrochen wird, erhalten wir:

$$T_n[f,a] = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

$T_n[f,a](x)$ bezeichnen wir als **Taylor-Polynom** vom Grad $n$ mit Entwicklungspunkt $a$.

# Beispiel

## Taylor-Polynom – Berechnung

Wie berechnen wir nun ein Taylor-Polynom?

$$T_n[f,a] = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k =$$

$$f(a) + \frac{f^{(1)}(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{n}(a)}{n!}(x-a)^n$$